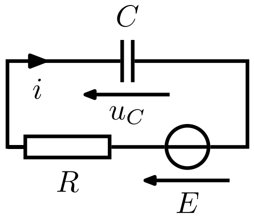
Problème 1 : Production de tensions variables

On étudie deux montages permettant la production de signaux variables à partir d'une source de tension continue.

I Étude préliminaire



On considère la charge d'une dipôle formé de l'association série d'un condensateur de capacité C et d'un résistor de résistance R. La tension initiale aux bornes du condensateur est U_i et on soumet à l'instant initial le dipôle à une tension E constante.

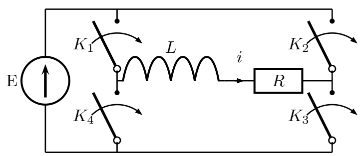
I.1. (**a**) Établir les expressions de la tension u_C aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant i qui le traverse en fonction du temps.

(**b**) En déduire l'instant t_f pour lequel la tension u_c vaut une valeur $U_f \in [U_0; E]$ quelconque.

I.2. (**a**) Exprimer l'expression de la puissance dissipée par effet Joule pour tout instant $t \geqslant 0$.

(**b**) En déduire l'expression de l'énergie dissipée par effet Joule entre $t = 0$ et $t = t_f$, notée $\mathscr{E}_{J,t_f}$ ainsi que celle de la puissance moyenne dissipée par effet Joule sur l'intervalle $t \in [0; t_f]$.

II Montage à commutateurs



On considère le montage de la figure ci-contre comprenant une source idéale de tension de force électromotrice E, une bobine idéale d'inductance L, un résistor de résistance R et quatre interrupteurs notés K_1, K_2, K_3 et K_4.
Ces quatre interrupteurs sont ouverts et fermés électroniquement, avec une période notée T, de telle sorte que :

- pour $t \in [nT; (n+1/2)T]$, K_1 et K_3 sont fermés alors que K_2 et K_4 sont ouverts,
- pour $t \in [(n+1/2)T; (n+1)T]$, K_2 et K_4 sont fermés alors que K_1 et K_3 sont ouverts.

II.1. On étudie l'évolution de l'intensité i du courant traversant la bobine pour $t \in [0; T/2]$.

(**a**) Représenter le circuit équivalent sur cet intervalle de temps. En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i sur cet intervalle de temps. On fera apparaître une constante de temps, notée τ, dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du problème.

(**b**) On désigne par I_0 la valeur de l'intensité i immédiatement après la fermeture de K_1 et K_3, *ie* $t = 0^+$. Résoudre cette équation différentielle et donner l'expression de l'intensité $i(t)$ sur cet intervalle de temps en fonction de I_0, E, R, t et τ.

II.2. (**a**) On étudie maintenant l'autre demi-période, pour $t \in [T/2, T]$. On désigne par I'_0 la valeur de l'intensité juste après la fermeture de K_2 et K_4, *ie* $t = T/2^+$. Déduire de l'expression du **II.1b** celle de l'intensité $i(t)$ en fonction de I'_0, E, R, t, T et τ.

(**b**) En déduire une relation liant I'_0 et I_0 en considérant l'instant $t = T/2$.

II.3. On considère qu'un régime périodique est établi et on étudie la période $t \in [nT; (n+1)T]$. On note I_n l'intensité i du courant en $t = nT^+$ et I'_n sa valeur en $t = (n+1/2)T^+$.

(**a**) Déterminer et résoudre le système de deux équations vérifié par I_n et I'_n. En déduire l'amplitude des oscillations de i, puis de celles de la tension u_R aux bornes du résistor.

(**b**) Tracer l'allure de $i(t)$ sur quelques périodes en y faisant figurer les points remarquables.

II.4. La source idéale de tension délivre $E = 10\,\mathrm{V}$ et et la fréquence des commutations est $f = 1/T = 5{,}0\,\mathrm{kHz}$ et on étudie la tension aux bornes du résistor de résistance $R = 5{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$. Pour quelle valeur de l'autoinductance L observera-t-on des oscillations d'amplitude $U_R = 7\,\mathrm{V}$?

III Intégration numérique par la méthode d'Euler

On peut également réaliser l'intégration numérique de l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. L'activité (`code dbdc-134633`) sur capytale présente une méthode simple, nommée *méthode d'Euler*.
On utilisera, conformément au programme, l'algorithme de la méthode d'Euler plutôt que la fonction `solve_ivp`.

III.1. (**a**) Adapter le code proposé pour déterminer $i(t)$ quand les interrupteurs K_2 et K_4 sont toujours ouverts et qu'on ferme les interrupteurs K_1 et K_3 à $t = 0$. On prendra les paramètres des dipôles de la question **II.4**.

(**b**) Vérifier numériquement la durée pour laquelle on atteint $u_R = 6\,\mathrm{V}$.

III.2. On réalise désormais les commutations de fréquence f décrites précédemment. On pourra utiliser les opérateurs modulo `%` et quotient `//` pour définir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
En effet `x % y` donne le reste de la division de x par y, et `x // y` donne le quotient.

(**a**) Tracer $i(t)$ sur les 10 premières périodes et calculer les valeurs moyenne, minimale et maximale de $i(t)$ sur chacune des 20 premières demi-périodes. On pourra utiliser les fonctions `min`, `max` et `average` du module `numpy`.

(**b**) On considère dans cette question que $i(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri = u(t),$$

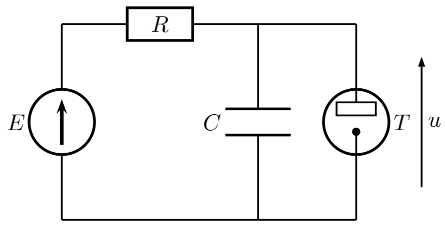
avec $u(t)$ une fonction :

- périodique de période $f = 1/T = 5{,}0\,\mathrm{kHz}$,
- qui croît linéairement de $u = -E$ à $u = E$ pour $t \in [nT; (n+1/2)T]$, avec n entier,
- puis décroît linéairement de $u = E$ à $u = -E$ pour $t \in [(n+1/2)T; (n+1)T]$.

On prendra comme précédemment $E = 10\,\mathrm{V}$.
Tracer $i(t)$, y lire son amplitude en régime établi et comparer au cas de la question **II.4**.

IV Oscillations de relaxation dans un tube à décharge

On considère maintenant le montage ci-contre composé d'une source idéale de tension de force électromotrice E, d'un condensateur idéal de capacité C, d'un résistor de résistance R et d'un tube à décharge T. Ce dernier est modélisé comme un résistor de résistance variable en fonction de la tension u à ses bornes.



Données : Tension d'alimentation $E = 120\,\text{V}$, résistance d'alimentation $R = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, résistance du tube allumé $R_T = 1{,}0\,\Omega$, capacité du dispositif $C = 5{,}0 \cdot 10^{-7}\,\text{F}$. Tension d'allumage $U_a = 90\,\text{V}$, tension d'extinction $U_e = 72\,\text{V}$. On n'hésitera pas tenir compte de ces valeurs numériques pour simplifier certaines des expressions obtenues.

IV.1. Tant que la tension à ses bornes est inférieure à un tension dite *d'allumage*, notée U_a et positive, la résistance du tube est infinie. Montrer qu'alors la tension u est solution d'une équation différentielle du premier ordre caractérisée par une constante de temps τ_e dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du problème. Déterminer également la valeur asymptotique, notée U_+, vers laquelle tend $u(t)$.

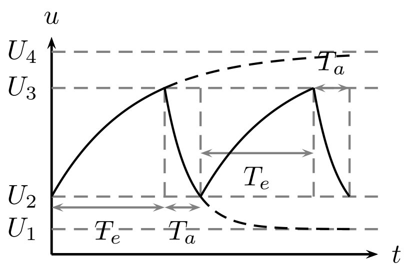
IV.2. Quand la tension atteint U_a, une décharge a lieu dans le tube qui s'allume : il devient alors conducteur et sa résistance devient finie, de valeur notée R_T. Cet état perdure tant que la tension reste supérieure à une valeur dite *d'extinction*, notée U_e, positive et inférieure à U_a. Quand u atteint U_e, le tube s'éteint à nouveau et sa résistance redevient infinie.

Montrer que quand le tube est allumé, la tension u est solution d'une équation différentielle du premier ordre caractérisée par une constante de temps τ_a dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du problème. Déterminer également la valeur asymptotique, notée U_-, vers laquelle tend $u(t)$.

IV.3. Pour certaines valeurs des paramètres la tension u évolue comme représenté sur la figure ci-dessous.

(**a**) Décrire ce régime de fonctionnement. Pour cela, on précisera les intervalles du temps t pour lesquelles le tube est allumé et ceux pour lesquels il est éteint. On donnera également les expressions des tension U_1, U_2, U_3 et U_4 en fonction des paramètres du problème.

(**b**) Déterminer les expressions des durées T_e et T_a en fonction des constantes de temps τ_e et τ_a et des tensions U_1, U_2, U_3 et U_4.



IV.4. (**a**) Calculer la durée d'un cycle d'allumage-extinction pour les paramètres du système. Ce cycle est-il perceptible par un œil humain ?

(**b**) Utiliser les résultats de la Section I pour calculer l'énergie dissipée par effet Joule au cours de la phase allumée et de la phase éteinte. En déduire la puissance moyenne consommée par la lampe à décharge.

IV.5. Commenter brièvement les caractéristiques de l'oscillateur à commutation et de celui à relaxation. Comment en particulier chacun permet-il de régler l'amplitude et la fréquence des oscillations ?

Correction du problème 1

I Étude préliminaire

I.1. (**a**) Selon les résultats usuels du cours, on a :

$$u_c = E + (U_0 - E)\,e^{-t/\tau} \to i = C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = C\frac{E-U_0}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{E-U_0}{R}e^{-t/\tau}, \quad \text{avec : } \tau = RC.$$

(**b**) On résout :

$$u_c(t_f) = U_f \to t_f = \tau\ln\left(\frac{E-U_0}{E-U_f}\right).$$

I.2. (**a**) Le résistor reçoit, en convention récepteur, la puissance :

$$\mathscr{P}_\mathrm{J} = Ri^2 = \frac{(E-U_0)^2}{R}e^{-2t/\tau}.$$

(**b**) On calcule l'énergie :

$$\mathscr{E}_{\mathrm{J},t_f} = \int_{t=0}^{t_f}\mathscr{P}_\mathrm{J}\,\mathrm{d}t = \frac{(E-U_0)^2}{R}\left[\frac{-e^{-2t/\tau}}{2/\tau}\right]_0^{t_f} = C\frac{(E-U_0)^2}{2}\left(1-e^{-\ln\left((E-U_0)/(E-U_f)\right)^2}\right)$$

$$= C\frac{(E-U_0)^2}{2}\left(1-\frac{(E-U_f)^2}{(E-U_0)^2}\right) = \frac{C}{2}\left((E-U_i)^2-(E-U_f)^2\right). \quad (1)$$

On retrouve bien le résultat vu en cours pour une charge complète (avec $U_i = 0$ et $U_f = E$) : l'énergie dissipée par effet Joule est égale à l'énergie électrostatique stockée, *ie* $CE^2/2$.
La puissance moyenne est alors :

$$\langle\mathscr{P}_J\rangle = \frac{\mathscr{E}_{\mathrm{J},t_f}}{t_f} = \frac{(E-U_0)^2-(E-U_f)^2}{2R\ln\left(\frac{E-U_i}{E-U_f}\right)}. \quad (2)$$

On peut en particulier vérifier qu'elle est nulle pour $U_f \to E$.

II Montage à commutateurs

II.1. (**a**) On obtient un simple circuit R, L série : l'intensité i vérifie $E = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri$, la constante de temps est $\tau = L/R$.

(**b**) On a immédiatement $i = I_\infty + (I_0 - I_\infty)\exp(-t/\tau)$, soit $i = E/R + (I_0 - E/R)\exp(-t/\tau)$.

II.2. (**a**) La source de tension est maintenant branchée en sens inverse sur le dipôle R, L : l'équation différentielle devient $L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri = -E/R$, de solution $i = -E/R + \left(I_0' + E/R\right)\exp(-(t-T/2)/\tau)$.

(**b**) La continuité de l'intensité du courant traversant la bobine assure que $E/R + (I_0 - E/R)\exp(-T/(2\tau)) = I_0'$.

II.3. (**a**) La relation précédente assure que : $E/R + (I_n - E/R)\exp(-T/(2\tau)) = I_n'$. La périodicité, assortie de la continuité en $t = nT$ donne également $-E/R + \left(I_n' + E/R\right)\exp - T/(2\tau) = I_n$. La somme de ces deux équations donne $\left(I_n + I_n'\right)\exp(-T/(2\tau)) = I_n + I_n'$, soit $I_n = -I_n'$ puis $I_n' = -I_n = \frac{1-\exp(-T/(2\tau))}{1+\exp(-T/(2\tau))}E/R = \tanh(T/(4\tau))\,E/R$.

(**b**) L'allure de la courbe est la même que celle de la partie II, avec des durées de montée et de descente égales.

II.4. L'amplitude $A = 7\,\mathrm{V}$ des oscillations est :

$$RI_n' = E\tanh(T/(4\tau)) = E\tanh(TR/(4L)) \quad \text{on a alors : } \frac{A}{E} = 0{,}7 \to L = \frac{R}{4f\,\mathrm{argth}(A/E)} = 29\,\mathrm{mH}.$$

III Intégration numérique par la méthode d'Euler

III.1.

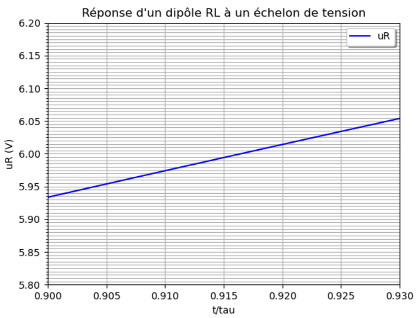
III.1. (**a**) On adapte le code pour utiliser les paramètres physiques des circuits (voir le fragment de code 1).

(**b**)

On calcule $\tau = L/R = 5{,}8\cdot10^{-5}\,\mathrm{s}$. On atteindra $u_R = 6\,\mathrm{V}$ pour :

$$t = -\tau\ln\left(1-u_R/E\right) = 9{,}16\cdot10^{-2}\tau = 5{,}3\cdot10^{-5}\,\mathrm{s},$$

comme on le retrouve sur l'intégration numérique, en «zoomant» sur l'intervalle (voir le fragment de code 2) :

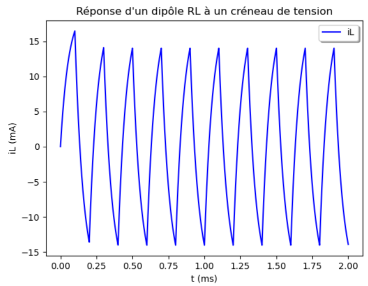


III.2. (**a**) L'équation différentielle vérifiée par i_L est, avec $i_\infty = E/R$:

- $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{\tau} = \frac{i_\infty}{\tau}$ quand ce sont K_1 et K_3 qui sont ouverts,
- $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{\tau} = -\frac{i_\infty}{\tau}$ quand ce sont K_2 et K_4 qui sont ouverts,

On reprend donc la méthode d'Euler en changeant la fonction définissant la dérivée (voir le fragment de code 3). On calcule ensuite les moyennes, valeurs minimale et maximale sur chaque demi-période (voir le fragment de code 4).

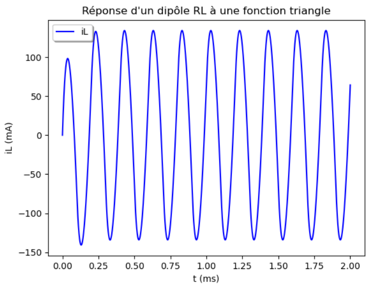
On vérifie qu'au bout de quelques 1/2-périodes transitoires, le système oscille de manière périodique entre les valeurs du courant correspondant à $u_R = -7\,\mathrm{V}$ et $u_R = 7\,\mathrm{V}$ comme attendu.



(**b**) On définit (voir le fragment de code 5) une nouvelle fonction `dxoverdtTriangle` pour la nouvelle équation différentielle vérifiée par i. Le reste du code a la même structure.

On constate que de nouveau, après quelques demi-périodes transitoires, le courant décrit des oscillations périodiques. La forme est cependant différente du cas où la tension était un créneau : le courant évoluait selon un signal triangulaire alors qu'il décrit maintenant des arches de paraboles[a]. On verra en effet dans la suite du cours que ce montage permet de réaliser l'*intégration* du signal u_L : une constante devient donc une droite et une droite devient une parabole.

[a] non, ce ne sont pas rigoureusement des sinusoïdes…



IV Oscillations dans un tube à décharge

IV.1. En supprimant le tube du montage, on obtient un circuit RC série. La tension u vérifie donc $u + RC\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = E$, la constante de temps est $\tau_e = RC$ et l'asymptote pour $t \gg \tau_e$ est $U_+ = E$.

IV.2. Une transformation Thévenin Norton donne un générateur de courant d'intensité E/R sur lequel sont branchés en parallèle les deux résistances (R et R_T) et le condensateur. On remplace les deux résistances par la résistance équivalente $R_{eq} = RR_T/(R+R_T)$ et un diviseur de courant donne alors : $E/R = u/R_{eq} + C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$, soit $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{u}{R_{eq}C} = \frac{E}{RC}$. La constante de temps est devenue $\tau_a = R_{eq}C < \tau_e$ puisque $R_{eq} < R$. L'asymptote est maintenant $U_- = ER_{eq}/R = ER_T/(R+R_T)$, est inférieure à E.

IV.3. (**a**) Les tensions U_1 et U_4 sont respectivement les asymptotes haute et basse des deux cas précédents, soit $U_1 = U_-$ et $U_4 = U_+$. Les tensions U_2 et U_3 marquent le passage d'un régime à l'autre : on a $U_2 = U_e$ et $U_3 = U_a$ puisque $U_e < U_a$. Le tube est donc éteint pour $t \in [0; T_e]$ et le condensateur se charge vers E avec la constante de temps τ_e. Quand sa tension atteint U_a, le tube s'allume et le condensateur se décharge alors vers $ER_T/(R+R_T)$ avec la constante de temps τ_a. Le processus se répète par la suite.

(**b**) Quand le tube est éteint, on peut écrire (pour $t \in [0; T_e]$ par exemple) : $u = E + (U_e - E)\exp(-t/\tau_e)$. On a $t = T_e$ pour $U = U_a$, donc $T_e = \tau_e \ln\frac{E-U_e}{E-U_a}$. De même, on a pour la décharge quand le tube est allumé : $T_a = \tau_a \ln\frac{U_a - R_T E/(R_T+R)}{U_e - R_T E/(R_T+R)}$.

IV.4. (**a**) On calcule immédiatement :

$$T_e = RC\ln\left(\frac{E-U_e}{E-U_a}\right) = 23\,\mathrm{\mu s}.$$

Par ailleurs, puisque $R_T \ll R$ on a $ER_T/(R+R_T) \ll E, U_a, U_e$ et $\tau_a \simeq R_T C$. On peut alors simplifier l'expression de la durée de la phase où le tube est allumé selon :

$$T_a \simeq R_T C \ln left(\frac{U_a}{U_e}) = 1{,}2\cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}.$$

La durée totale du cycle est $T_a + T_e \simeq T_e = 2{,}35\cdot 10^2\,\mathrm{\mu s}$, trop rapide pour être perçu par l'œil dont la persistance rétinienne est de l'ordre de 0,1 s.

(**b**) La phase «tube éteint» correspond à une charge de U_e à U_a avec une valeur asymptotique de E et une constante de $\tau_e = RC$. L'équation (1) donne alors l'énergie $\mathscr{E}_{\mathrm{J},e}$:

$$\mathscr{E}_{\mathrm{J},e} = \frac{C}{2}\left((E-U_e)^2 - (E-U_a)^2\right) = 3{,}5\cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}. \quad (3)$$

Pour la phase «tube allumé» du tube, on ne peut pas utiliser le même calcul car il n'est valable que pour un circuit RC série. Ici, les transformations Thévenin-Norton ne permettent que de calculer le courant et la tension du condensateur mais pas ceux des résistors. En particulier, aux temps longs, la puissance Joule dissipée dans le résistor d'un dipôle RC série tend vers 0 alors que dans le circuit considéré, cette puissance est non nulle puisque il y a toujours du courant qui circule dans les résistors.

On doit donc revenir au circuit original et calculer la somme des deux puissances Joule reçues par chacun des résistors. On note i_C et i_T les courants traversant le condensateur et le résistor R_T tels que :

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \qquad i_T = \frac{u_C}{R_T}.$$

On calcule alors :

Résistor R_T **:** $\mathscr{P}_{R_T} = u_C i_T$

Résistor R **:** $\mathscr{P}_R = u_R i_R = (E - u_C)(i_C + i_T)$.

Au cours d'une extinction où u_C décroît de U_a à U_e, en posant $t = 0$ au début de cette période pour simplifier les notations, on a :

$$u_C = U_- + (U_a - U_-)\,e^{-t/\tau_a}$$

$$
\begin{aligned}
\mathscr{E}_{\mathrm{J}} &= \int_{t=0}^{T_a} \left(\mathscr{P}_{R_T} + \mathscr{P}_R\right) \mathrm{d}t = \int_{t=0}^{T_a} \left[(E-u_C)\, i_C + \frac{E u_C}{R_T}\right] \mathrm{d}t = \int_{t=0}^{T_a} \left[(E-u_C)\, C \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{E u_C}{R_T}\right] \mathrm{d}t \\
&= EC\,(U_e - U_a) - \frac{C}{2}\left(U_e^2 - U_a^2\right) + \frac{E}{R_T}\int_{t=0}^{T_a}\left(U_- + (U_a - U_-)\, e^{-t/\tau_a}\right) \mathrm{d}t \\
&= C\,(U_a - U_e)\left(\frac{U_a + U_e}{2} - E\right) + \frac{E}{R_T}\left(T_a U_- + (U_a - U_-)\left[-\tau_a e^{-t/\tau_a}\right]_{t=0}^{T_a}\right) \\
&= C\,(U_a - U_e)\left(\frac{U_a + U_e}{2} - E\right) + \frac{E}{R_T}\left(T_a U_- + \tau_a\,(U_a - U_-)\left(1 - e^{-T_a/\tau_a}\right)\right) \\
&= C\,(U_a - U_e)\left(\frac{U_a + U_e}{2} - E\right) + \frac{E}{R_T}\left(T_a U_- + \tau_a\,(U_a - U_e)\right) = 7{,}46 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}.
\end{aligned}
$$

puisque $U_e = U_- + (U_a - U_-)\, e^{-T_a/\tau_a}$

On calcule alors la puissance moyenne :

$$\langle \mathscr{P}_{\mathrm{J},e} \rangle = \frac{\mathscr{E}_{\mathrm{J},e} + \mathscr{E}_{\mathrm{J},a}}{T_e + T_a} = 48\,\mathrm{W}. \qquad (4)$$

IV.5. La fréquence de l'oscillateur à commutateurs est directement réglée par la fréquence de commutation. L'amplitude (on s'intéressera à la tension aux bornes du résistor) est réglée par la valeur de E et par le rapport T/τ : elle est d'autant plus faible que la fréquence est élevée.

En revanche, l'oscillateur à relaxation a une amplitude constante, fixée par les tensions caractéristiques U_a et U_e du tube. La période totale, $T = T_a + T_e$, est quant à elle, principalement fixée par les valeurs des résistances R et R_T et des tensions E, U_a et E. On peut de plus vérifier que pour $R_T \ll R$, elle se met sous la forme $T = RC \ln \frac{E-U_e}{E-U_a}$. Ce dispositif permet ainsi de mesurer une grande résistance (R) en mesurant la fréquence des flash lumineux du tube.

```python
NombrePoints = 2000

# Paramètres
E = 10 # en V
R = 500 # en ohm
L = 2.9e-2 # en H

uR = E # en V
tau = L/R # en s
print(f'constante de temps: tau= {1e3*tau} ms\n valeur asymptotique: uR = {uR} V')

tmin = -.2 # en unités de tau
tmax = 6
t = np.linspace(tmin,tmax,NombrePoints)
Deltat = (tmax-tmin)/(NombrePoints -1)

def dxoverdt(t,x,params):
 t0,tau,xinfty = params
 return np.piecewise(t,[t<t0,t>=t0],[-x/tau,(xinfty-x)/tau])

x = np.zeros(NombrePoints)

params = [0,1,E]

for i in range(NombrePoints-1):
 x[i+1] = x[i]+ Deltat*dxoverdt(t[i],x[i],params)

figequadiff,axequadiff = plt.subplots()

axequadiff.set_xlabel('t/tau')
axequadiff.set_ylabel('uR (V)')
axequadiff.set_title('Réponse d\'un dipôle RL à un échelon de tension')
axequadiff.plot(t,x,'b',label='uR')
axequadiff.legend(loc='best',shadow=True)

figequadiff.show()
```

Code 1 : Réponse en tension aux bornes de la résistance d'un dipôle RL soumis à un échelon de tension

```python
from matplotlib.ticker import (MultipleLocator, AutoMinorLocator)
figzoom,axezoom = plt.subplots()
axezoom.xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.01))
axezoom.yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.005))

axezoom.set_xlabel('t/tau')
axezoom.set_ylabel('uR (V)')
axezoom.set_title('Réponse d\'un dipôle RL à un échelon de tension')
axezoom.plot(t,x,'b',label='uR')
axezoom.legend(loc='best',shadow=True)
axezoom.set_xlim(.9,.93)
axezoom.set_ylim(5.8,6.2)
axezoom.grid(which='both')

figzoom.show()
```

Code 2 : « zoom » sur le passage par $u_R = 6\text{V}$.

```python
def dxoverdtCommutation(t,x,params):
    periode, tau, ybas, yhaut = params
    demiperiode = periode/2
    parite = (np.floor(t//demiperiode))%2\
    # vaut 0 ou 1 selon la 1/2 période dans laquelle on est
    return (np.piecewise(t,[parite != 0, parite == 0 ],[ybas,yhaut]) -x)/tau
```

Code 3 : Équation différentielle pour des commutations périodiques.

```python
for i in range(NombrePeriodes):
    xTemp = [x[j] for j in range(len(x))\
    if t[j] >= i*periode and t[j] < (i+1/2) * periode]
    iLmoyenneC[i] = np.average(xTemp)
    iLminC[i] = np.min(xTemp)
    iLmaxC[i] = np.max(xTemp)
```

Code 4 : Calcul des moyennes, valeurs minimales et maximales sur les 1/2 périodes impaires.

```python
def dxoverdtTriangle(t,x,params):
  periode, tau, ybas, yhaut = params
  demiperiode = periode/2
  reste = t % demiperiode
  pente = (yhaut-ybas)/demiperiode
  parite = (t//demiperiode)%2\
  # vaut 0 ou 1 selon la 1/2 période dans laquelle on est
  return  (np.piecewise(t,[(t//demiperiode)%2 != 0, (t//demiperiode)%2 == 0 ],\
  [lambda t: ybas+pente*(t % demiperiode),\
  lambda t: yhaut-pente*(t % demiperiode)])-x)/tau
```

Code 5 : Définition de l'équation différentielle pour u_L triangulaire.